

Giải tích

CALCULUS 7e

TẬP 1

James Stewart



NHÀ XUẤT BẢN HỒNG ĐỨC

GIẢI TÍCH, Phiên bản thứ 7

Calculus, Seventh Edition

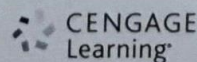
James Stewart

Đại học McMaster
và Đại học Toronto



Để biết thêm chi tiết về sách này vui lòng
gửi email cho chúng tôi tại CustomerSupport@CengageLearning.com
hoặc gọi điện thoại 848-3827-880.
Các câu hỏi về sách này xin gửi tại
www.cengage.com/commissions

NHÀ XUẤT BẢN HỒNG ĐỨC



Australia • Brazil • Mexico • Singapore • United Kingdom • United States

Lời Giới Thiệu

Toán học là nền tảng kiến thức cũng là công cụ cơ bản cho việc học tập và nghiên cứu của hầu hết các ngành khoa học và kỹ thuật khác. Mặc dù được đánh giá cao về vai trò và vị trí trong chương trình đào tạo của hệ thống các trường Đại học tại Việt Nam nhưng, trong suốt một thời gian dài, môn Toán cao cấp cho khối ngành kỹ thuật và công nghệ thông tin (được gọi chung là Toán cao cấp A) lại được xây dựng và đào tạo với một khối kiến thức khá “hàn lâm” và thiên về lý thuyết Toán học thuần túy. Đáng kể đến là bộ tài liệu Toán cao cấp của tác giả Nguyễn Đình Trí được xuất bản vào năm 2006 bởi Nhà Xuất Bản Giáo Dục. Trong bộ sách ba tập này, tác giả Nguyễn Đình Trí đã trình bày khá đầy đủ các nội dung lý thuyết căn bản về Toán cao cấp nhưng không chú trọng nhiều đến yếu tố ứng dụng. Điều này tạo nên một cảm giác “khô khan” và có phần “nhàm chán” đối với người học cũng như người dạy. Cả người học và người dạy khó có thể tìm được những ứng dụng cơ bản của Toán học lên các lĩnh vực khoa học tự nhiên, khoa học xã hội và những vấn đề thực tiễn của cuộc sống.

Thực hiện theo chủ trương đổi mới, hội nhập và nâng cao chất lượng đào tạo, Trường Đại học Duy Tân đã liên kết đào tạo với một số trường Đại học uy tín của Mỹ và các nước khác trên thế giới như Carnegie Mellon, PennState, Fulleton, ... Đi cùng với xu thế phát triển của trường, Bộ môn Toán – Khoa Khoa học tự nhiên của Trường Đại học Duy Tân đã sớm tiếp cận và tham khảo cuốn sách Calculus – 7E của tác giả James Stewart, được xuất bản bởi Nhà Xuất Bản Cengage, phục vụ cho việc đào tạo Toán cao cấp A tại trường. Nhận thấy cuốn sách thực sự là một “tác phẩm đồ sộ” và đầy đủ đối với phạm vi Toán cao cấp cho khối ngành kỹ thuật và công nghệ thông tin, Trường Đại học Duy Tân đã chủ động làm việc với Nhà Xuất Bản Cengage để tiến hành dịch sang tiếng Việt và xuất bản cuốn sách này. Có thể nói rằng, cuốn sách góp phần đưa nền giáo dục đại học Việt Nam tiếp cận với nền giáo dục đại học tiên tiến của thế giới, giải quyết sự thiếu hụt yếu tố ứng dụng của Toán cao cấp trong nước hiện nay nói chung và đảm bảo được tính thống nhất trong đào tạo của Đại học Duy Tân nói riêng, khi mà các chương trình tiên tiến đã được chuyển giao giảng dạy tại trường.

Để phù hợp với chương trình đào tạo đại học ở Việt Nam nói chung và ở Trường Đại học Duy Tân nói riêng, nhóm biên dịch đã chủ động chia cuốn sách ra thành hai tập. (Ngoài vấn đề về chương trình đào tạo, một lý do khác mà chúng tôi phân chia thành hai tập là dựa vào nội dung cuốn sách). Tập một dành cho giải tích hàm một biến, bao gồm lý thuyết phương trình vi phân và lý thuyết chuỗi. Tập hai chứa các nội dung còn lại của Toán cao cấp, bao gồm giải tích hàm nhiều biến và giải tích vector. Theo đó, cuốn tập một này sẽ chứa 11 chương đầu của cuốn nguyên bản, bao gồm: Hàm số và giới hạn; Đạo hàm; Ứng dụng của đạo hàm; Tích phân; Ứng dụng của tích phân; Hàm ngược; Các kỹ thuật tính tích phân; Các ứng dụng khác của tích phân; Phương trình vi phân; Phương trình tham số và hệ tọa độ cực; Dây vô hạn và chuỗi. Cuốn tập hai sẽ chứa sáu chương còn lại của cuốn nguyên bản. Ngoài các chương về nội dung chính, nhằm hỗ trợ cho người học nhớ lại các kiến thức Toán ở trung học phổ thông, cả hai tập sách đều chứa phần Phụ lục và chú thích đầy đủ.

Để hoàn thành được tập sách này, nhóm Dịch thuật (thuộc Trung tâm học liệu của Trường Đại học Duy Tân), với sự cộng tác của Tiến sĩ Toán học Võ Thanh Tùng, đã làm việc trong suốt gần một năm. Sau khi biên dịch xong, cuốn sách được chuyển về Bộ môn Toán và được hiệu đính bởi các Giảng viên thuộc Bộ môn Toán – Trường Đại học Duy Tân, dưới sự chủ trì của Tiến sĩ Toán học Đặng Văn Cường, trước khi chuyển đến nhà xuất bản. Mặc dù đã được đọc lại nhiều lần và cũng đã tham khảo một số ý kiến của một số chuyên gia trong việc chuyển nghĩa của các từ tiếng Anh sang tiếng Việt, cuốn sách vẫn sẽ không tránh khỏi những thiếu sót, mong bạn đọc góp ý thêm để cuốn sách được hoàn thiện hơn trong tái bản lần hai.

Thông qua việc xuất bản cuốn sách, Bộ môn Toán, nói riêng, và các Giảng viên Khoa Khoa học tự nhiên của trường Đại học Duy Tân, nói chung, muốn gửi lời cảm ơn sâu sắc đến Ban giám hiệu trường Đại học Duy Tân về những nỗ lực đưa hệ thống tài liệu tiên tiến về Khoa và hỗ trợ Khoa hoàn tất các bản dịch cũng như xuất bản các bộ sách này! Khoa cũng hy vọng sẽ tiếp tục nhận được sự hỗ trợ của Ban giám hiệu để hoàn tất tủ sách khoa học tự nhiên của Khoa trong thời gian tới.

Đại diện nhóm biên dịch
TS. ĐẶNG VĂN CƯỜNG

Mục Lục

Lời nói đầu	xi
Dành cho sinh viên	xxiii
Các bài kiểm tra thử	xxiv

Tổng Quan Về Giải Tích 1

1 Hàm Số và Giới Hạn 9

1.1	Bốn phương pháp biểu diễn hàm số	10
1.2	Các mô hình toán học: Các hàm số cơ bản	23
1.3	Xây dựng hàm số mới từ các hàm số đã biết	36
1.4	Các bài toán về tiếp tuyến và vận tốc	44
1.5	Giới hạn của hàm số	50
1.6	Tính giới hạn bằng các quy tắc giới hạn	62
1.7	Định nghĩa chính xác về giới hạn	72
1.8	Tính liên tục	81
	Ôn tập	93

Các quy tắc giải toán	97
-----------------------	----

2 Đạo Hàm 103

2.1	Đạo hàm và tốc độ biến thiên	104
	Dự án viết - Các phương pháp đơn giản để tìm tiếp tuyến	114
2.2	Đạo hàm như là một hàm số	114
2.3	Các công thức tính đạo hàm	126
	Dự án ứng dụng - Xây dựng một đường ray tàu lượn tốt hơn	140
2.4	Đạo hàm của các hàm lượng giác	140
2.5	Quy tắc đạo hàm hàm hợp	148
	Dự án ứng dụng - Phi công nên bắt đầu hạ độ cao ở vị trí nào?	156
2.6	Đạo hàm hàm ẩn	157
	Dự án thử nghiệm - Họ các đường cong ẩn	163

2.7	Tốc độ biến thiên trong khoa học tự nhiên và xã hội	164
2.8	Các tỷ lệ tương quan	176
2.9	Xấp xỉ tuyến tính và vi phân	183
	Dự án thử nghiệm * Đa thức Taylor	189
	Ôn tập	190
	Bài tập bổ sung	194

3 Ứng Dụng Của Đạo Hàm 197



3.1	Giá trị cực đại và cực tiểu	198
	Dự án ứng dụng * Bài toán về cầu vồng	206
3.2	Định lý giá trị trung bình	208
3.3	Đạo hàm cho biết hình dáng của đồ thị	213
3.4	Giới hạn ở vô cực; Tiệm cận ngang	223
3.5	Tóm tắt việc vẽ phác họa đường cong	237
3.6	Vẽ đồ thị bằng giải tích và máy tính	244
3.7	Các bài toán tối ưu hóa	250
	Dự án ứng dụng * Hình dạng của một chiếc hộp	262
3.8	Phương pháp Newton	263
3.9	Nguyên hàm	269
	Ôn tập	275
	Bài tập bổ sung	279

4 Tích Phân 283



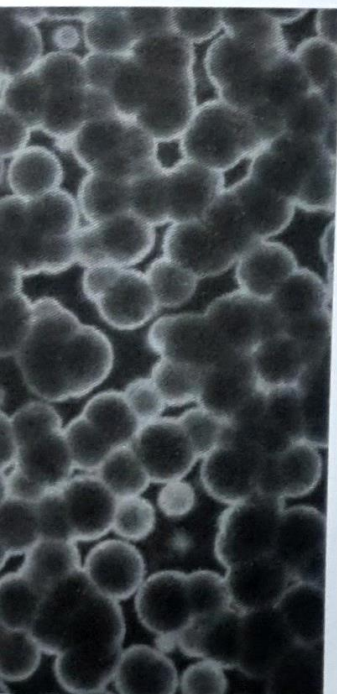
4.1	Diện tích và khoảng cách	284
4.2	Tích phân xác định	295
	Dự án khám phá * Các hàm diện tích	309
4.3	Định lý cơ bản của giải tích	310
4.4	Tích phân bất định và Định lý biến thiên toàn phần	321
	Dự án viết * Newton, Leibniz, và phát minh ra giải tích	329
4.5	Quy tắc đổi biến	330
	Ôn tập	337
	Bài tập bổ sung	341

5 Ứng Dụng Của Tích Phân 343

- 5.1 Diện tích phần nằm giữa các đường cong 344
 - Dự án ứng dụng * Chỉ số Gini 351
- 5.2 Thể tích 352
- 5.3 Tính thể tích bằng phương pháp vỏ trụ 363
- 5.4 Công 368
- 5.5 Giá trị trung bình của hàm số 373
 - Dự án ứng dụng * Tích phân và bóng chày 376
- Ôn tập 378
- Bài tập bổ sung 380

6 Hàm Ngược 383

Hàm mũ, Hàm logarit, và Hàm lượng giác ngược



- 6.1 Hàm ngược 384
- 6.2 Hàm mũ và đạo hàm 391
- 6.3 Hàm logarit 404
- 6.4 Đạo hàm của hàm logarit 410
- 6.2* Hàm logarit tự nhiên 421
- 6.3* Hàm mũ tự nhiên 429
- 6.4* Hàm mũ và Hàm logarit tổng quát 437
- 6.5 Tăng trưởng và phân rã theo hàm mũ 446
- 6.6 Các hàm lượng giác ngược 453
 - Dự án ứng dụng * Ngồi ở vị trí nào trong rạp chiếu phim 461
- 6.7 Hàm hyperbolic 462
- 6.8 Các dạng vô định và Quy tắc l'Hospital 469
 - Dự án ứng dụng * Nguồn gốc của Quy tắc l'Hospital 480
- Ôn tập 480
- Bài tập bổ sung 485

7 Các Kỹ Thuật Tính Tích Phân 487

- 7.1 Tích phân từng phần 488
- 7.2 Tích phân các hàm lượng giác 495
- 7.3 Phép đổi biến lượng giác 502
- 7.4 Tích phân các hàm hữu tỷ bằng các phân thức đơn 508
- 7.5 Chiến lược lấy tích phân 518
- 7.6 Tính tích phân dựa vào bảng và hệ thống đại số máy tính 524
 - Dự án ứng dụng ▪ Các dạng trong tích phân 529
- 7.7 Tính xấp xỉ tích phân 530
- 7.8 Tích phân suy rộng 543
 - Ôn tập 553
- Bài tập bổ sung 557

8 Các Ứng Dụng Khác Của Tích Phân 561

- 8.1 Độ dài cung 562
 - Dự án khám phá ▪ Tranh luận về độ dài cung 569
- 8.2 Diện tích mặt tròn xoay 569
 - Dự án khám phá ▪ Xoay quanh một đường xiên 575
- 8.3 Ứng dụng vào vật lý và kỹ thuật 576
 - Dự án khám phá ▪ Các Tách Cà Phê Kê Bù 586
- 8.4 Ứng dụng vào kinh tế và sinh học 587
- 8.5 Xác suất 592
 - Ôn tập 599
- Bài tập bổ sung 601

9 Phương Trình Vi Phân 603

- 9.1 Mô hình hóa bằng phương trình vi phân 604
- 9.2 Trường định hướng và Phương pháp Euler 609
- 9.3 Phương trình tách biến 618
 - Dự án ứng dụng ▪ Tốc độ thoát nước của bể chứa 627
 - Dự án ứng dụng ▪ Việc nào xảy ra nhanh hơn: Quả bóng bay lên hay rơi xuống? 628
- 9.4 Các mô hình tăng trưởng dân số 629
- 9.5 Phương trình tuyến tính 640

9.6 Hệ Thù sẵn - Con mối 646

Ôn tập 653

Bài tập bổ sung 657

10 Phương Trình Tham Số và Hệ Tọa Độ Cực 659



10.1 Các đường cong xác định bởi phương trình tham số 660

Dự án thử nghiệm ▪ Đường tròn chạy quanh đường tròn 668

10.2 Phép vi tích phân của đường cong tham số 669

Dự án thử nghiệm ▪ Đường cong Bézier 677

10.3 Hệ tọa độ cực 678

Dự án thử nghiệm ▪ Họ các đường cong cực 688

10.4 Diện tích và độ dài trong tọa độ cực 689

10.5 Tiết diện hình nón 694

10.6 Tiết diện hình nón trong hệ tọa độ cực 702

Ôn tập 709

Bài tập bổ sung 712

11 Dãy Vô Hạn và Chuỗi 713



11.1 Dãy số 714

Dự án thử nghiệm ▪ Dãy Logistic 727

11.2 Chuỗi số 727

11.3 Tiêu chuẩn tích phân và ước lượng tổng 738

11.4 Tiêu chuẩn so sánh 746

11.5 Chuỗi đan dấu 751

11.6 Hội tụ tuyệt đối, tiêu chuẩn tỉ số và tiêu chuẩn căn thức 756

11.7 Chiến lược khảo sát chuỗi 763

11.8 Chuỗi lũy thừa 765

11.9 Biểu diễn hàm số dưới dạng chuỗi lũy thừa 770

11.10 Chuỗi Taylor - Maclaurin 777

Dự án thử nghiệm ▪ Một giới hạn khó tìm 791

Dự án viết ▪ Newton đã phát hiện ra chuỗi nhị thức như thế nào 791

11.11 Ứng dụng của đa thức Taylor 792

Dự án ứng dụng ▪ Bức xạ từ các ngôi sao 801

Ôn tập 802

Bài tập bổ sung 805

Lời Nói Đầu

Một khám phá vĩ đại giúp giải quyết một bài toán lớn, tuy nhiên, luôn có một chuỗi các phát hiện nhỏ trong quá trình giải bất kỳ bài toán nào. Bài toán của bạn có thể bình thường; nhưng nếu nó thách thức trí tò mò của bạn và đem vào cuộc chơi khả năng sáng tạo của bạn, và nếu bạn giải quyết nó bằng các phương pháp của chính bạn, thì bạn có thể trải nghiệm được sự căng thẳng và hưởng thụ niềm vui chiến thắng thử thách.

GEORGE POLYA

Nghệ thuật giảng dạy, theo Mark Van Doren, là nghệ thuật giúp đưa đến các khám phá. Tôi đã cố gắng để viết một cuốn sách hỗ trợ sinh viên trong việc khám phá môn học giải tích — vì sức mạnh thực tiễn của nó và vì cả vẻ đẹp đáng kinh ngạc của nó nữa. Trong ấn bản này, cũng như trong sáu ấn bản trước, tôi muốn truyền tải đến sinh viên ý thức về khả năng ứng dụng của giải tích và phát triển năng lực ứng dụng trong chuyên môn của họ, tuy nhiên, tôi cũng cố gắng đưa ra một số đánh giá về vẻ đẹp nội tại của chủ đề này. Newton chắc chắn đã từng trải nghiệm cảm giác chiến thắng khi ông làm ra phát kiến vĩ đại của mình. Tôi muốn các bạn sinh viên cùng chia sẻ cảm giác đó.

Phần trọng tâm nằm ở việc hiểu các khái niệm. Tôi nghĩ hầu như mọi người đều đồng ý rằng đây là mục tiêu cơ bản của việc dạy giải tích. Thật vậy, động cơ thúc đẩy cho cuộc vận động cải cách giải tích hiện tại bắt nguồn từ Hội nghị Tulane năm 1986, được hình thành theo đúng như đề xuất ban đầu của họ:

Tập trung vào việc hiểu khái niệm.

Tôi đã cố gắng hoàn thành mục tiêu này thông qua *Quy tắc số 3*: “Các chủ đề nên được trình bày theo phương diện hình học, số học, và đại số.” Sự quan sát, thực nghiệm bằng số và đồ thị, cùng với các phương pháp khác đã làm thay đổi cách chúng ta dạy lập luận khái niệm theo những phương pháp cơ bản. Quy tắc số 3 được mở rộng thành *Quy tắc số 4* bằng cách nhấn mạnh quan điểm bằng lời nói hoặc sự mô tả.

Trong khi viết phiên bản thứ 7 này, tiền đề tôi đưa ra là: chúng ta có thể đạt được sự hiểu biết về khái niệm mà vẫn giữ lại được những nét truyền thống tốt nhất của giải tích truyền thống. Cuốn sách chứa đựng các yếu tố đổi mới, nhưng vẫn nằm trong bối cảnh một chương trình giảng dạy truyền thống.

Các Phiên Bản Khác

Tôi có viết một số cuốn sách giáo khoa khác về giải tích mà có lẽ được một số giảng viên thích hơn. Hầu hết những cuốn sách này cũng là các phiên bản một biến và nhiều biến.

- *Calculus*, Phiên bản thứ 7, Hybrid Version, tương tự như cuốn giáo khoa hiện tại về nội dung và trang bìa, ngoại trừ việc tất cả các bài tập ở cuối sách chỉ có ở trang web Enhanced WebAssign. Sách in bao gồm tất cả tài liệu ôn tập ở cuối mỗi chương.
- *Calculus: Early Transcendentals*, Phiên bản thứ 7, tương tự như cuốn giáo khoa hiện tại ngoại trừ việc các hàm mũ, hàm logarit, và hàm lượng giác ngược được giới thiệu trong học kỳ đầu tiên.

- *Calculus: Early Transcendentals*, Phiên bản thứ 7, Hybrid Version, tương tự như *Calculus: Early Transcendentals*, Phiên bản thứ 7, về nội dung và trang bìa, ngoại trừ việc tất cả các bài tập ở cuối sách chỉ có ở trang web Enhanced WebAssign. Sách in bao gồm tất cả tài liệu ôn tập ở cuối mỗi chương.
- *Essential Calculus* là một cuốn sách với nội dung giản lược hơn nhiều (800 trang), tuy nhiên nó vẫn chứa hầu như tất cả các chủ đề trong *Calculus*, Phiên bản thứ 7. Sự giản lược tương đối này có được nhờ sự trình bày các vấn đề ngắn gọn hơn và nhờ việc đưa một số nội dung lên trang web.
- *Essential Calculus: Early Transcendentals* giống với *Essential Calculus*, tuy nhiên, các hàm mũ, logarit, và hàm lượng giác ngược được trình bày trong Chương 3.
- *Calculus: Concepts and Contexts*, Phiên bản thứ 4, nhấn mạnh sự hiểu khái niệm, thậm chí còn nhiều hơn trong cuốn sách này. Nội dung các chủ đề không thuộc về kiến thức chung, tài liệu về các hàm siêu việt và các phương trình tham số được đan kết lại với nhau xuyên suốt cuốn sách, thay vì được trình bày ở các chương riêng biệt.
- *Calculus: Early Vectors* giới thiệu vector và các hàm vector trong học kỳ đầu tiên và lấy tích phân chúng xuyên suốt cuốn sách. Nó thích hợp với các sinh viên tham gia các khóa học về Kỹ thuật, Vật lý song song với khóa học về Giải tích.
- *Brief Applied Calculus* dành cho sinh viên các ngành kinh doanh, khoa học xã hội, và khoa học đời sống.

Điểm Mới Trong Phiên Bản Thứ 7

Những thay đổi trong phiên bản thứ 7 có được từ các trao đổi với đồng nghiệp và sinh viên của tôi tại Đại học Toronto, từ việc đọc các tạp chí chuyên đề, cũng như từ những đề nghị của độc giả và các nhà phê bình. Dưới đây là một số trong rất nhiều cải tiến mà tôi đã kết hợp vào cuốn sách tái bản lần này:

- Một số tài liệu được trình bày lại rõ ràng hơn và thể hiện tốt hơn động cơ của vấn đề. Lấy ví dụ, hãy xem phần giới thiệu về các giá trị cực đại và cực tiểu trang 198, phần giới thiệu về chuỗi trang 727, và phần đổi mới về tích chéo trang 832 (Tập 2).
- Các ví dụ mới được thêm vào (chẳng hạn, xem Ví dụ 4 trang 1045). Và cách giải đối với một số ví dụ đã có được mở rộng thêm. Một ví dụ điển hình: Tôi trình bày chi tiết hơn cho lời giải của Ví dụ 1.6.11 bởi vì khi tôi dạy Mục 1.6 từ phiên bản thứ 6, tôi nhận thấy rằng sinh viên cần nhiều chỉ dẫn hơn khi lập các bất đẳng thức cho Định lý Kép.
- Chương 1, *Hàm số và Giới hạn*, bao gồm hầu hết nội dung từ Chương 1 và 2 của phiên bản thứ 6. Phần về Máy vi tính và Máy tính vẽ đồ thị nay được trình bày ở Phụ lục G.
- Chương trình mỹ thuật được chỉnh sửa: Các hình vẽ mới được thêm vào và một lượng phần trăm đáng kể các hình vẽ hiện tại được vẽ lại.
- Dữ liệu trong các ví dụ và bài tập được cập nhật kịp thời hơn.
- Ba dự án mới được thêm vào: *Chỉ số Gini* (trang 351) nghiên cứu cách đo sự phân phối thu nhập trong cư dân của một quốc gia cho trước và là một ứng dụng rất hay về các miền nằm giữa những đường cong. (Tôi xin cảm ơn Klaus Volpert vì đã đề xuất dự án này.) *Họ các đường cong ẩn* (trang 163) khảo sát sự thay đổi về hình dạng của các đường cong ẩn khi các tham số xác định đường cong trong họ thay đổi. *Họ các đường cong cực* (trang 688) biểu diễn các hình dạng lõi cuốn của các đường cong cực và cách chúng phát triển trong một họ đường cong.

- Phần diện tích mặt trong đồ thị của một hàm số hai biến được khôi phục như Mục 15.6 (Tập 2) để tạo điều kiện thuận lợi cho những giáo viên muốn dạy nó sau phần tích phân hai lớp, mặc dù nội dung nghiên cứu đầy đủ về diện tích mặt vẫn được giữ nguyên trong Chương 16.
- Tôi tiếp tục tìm kiếm các ví dụ về ứng dụng của giải tích trong nhiều lĩnh vực khác nhau của thế giới thực. Ở trang 933 (Tập 2), bạn sẽ thấy những hình ảnh đẹp về đường sức từ trường của trái đất và đạo hàm bậc hai của nó như theo tính toán từ phương trình Laplace. Tôi xin cảm ơn Roger Watson vì đã giúp tôi chú ý đến cách sử dụng từ trường trong địa vật lý và khai thác khoáng chất.
- Hơn 25% số bài tập là mới. Đây là một số bài tập yêu thích của tôi: 2.2.13–14, 2.4.56, 2.5.67, 2.6.53–56, 2.7.22, 3.3.70, 3.4.43, 4.2.51–53, 5.4.30, 6.3.58, 11.2.49–50, 11.10.71–72, 12.1.44, 12.4.43–44, và các Bài tập 4, 5, và 8 trang 861–62.

Cải Tiến Công Nghệ

- Truyền thông và công nghệ giúp hỗ trợ nội dung giáo trình đã được cải tiến để các giảng viên kiểm soát tốt hơn khóa học của họ, trợ giúp thêm trong việc đối mặt với các mức độ chuẩn bị khác nhau của sinh viên đối với khóa học về giải tích, và cải thiện sự trợ giúp cho việc hiểu các khái niệm. Các tính năng nâng cao mới của WebAssign bao gồm một Cengage YouBook tùy biến, phần ôn tập *Just in Time*, *Show Your Work*, Answer Evaluator, Personalized Study Plan, Master Its, các video giải, các đoạn clip giảng dạy (với những câu hỏi liên quan), và *Visualizing Calculus* (hoạt ảnh TEC với những câu hỏi liên quan) được phát triển để tạo điều kiện thuận lợi cho việc học tập của sinh viên và cải thiện tính linh động trong giảng dạy.
- *Tools for Enriching Calculus* (TEC) được thiết kế lại hoàn toàn và truy cập được ở Enhanced WebAssign, CourseMate, and PowerLecture. Selected Visuals và Modules có ở trang www.stewartcalculus.com.

Các Nét Đặc Trưng

BÀI TẬP VỀ KHÁI NIỆM

Cách quan trọng nhất để đẩy nhanh việc hiểu khái niệm là thông qua các bài toán mà chúng tôi phân bổ. Tới phần cuối, tôi đã đưa ra các dạng bài tập khác nhau. Một số bài tập bắt đầu với các yêu cầu giải thích ý nghĩa của các khái niệm cơ bản của mỗi phần. (Ví dụ, hãy xem một số bài tập đầu tiên ở các Mục 1.5, 1.8, 11.2, 14.2, và 14.3.) Tương tự, tất cả các phần ôn tập đều bắt đầu với mục Kiểm tra khái niệm và Trắc nghiệm Đúng - Sai. Các bài tập khác kiểm tra việc hiểu khái niệm thông qua đồ thị hoặc bảng biểu (xem Các bài tập 2.1.17, 2.2.33, 2.2.41, 9.1.11–13, 10.1.24–27, 11.10.2, 13.2.1–2, 13.3.33–39, 14.1.1–2, 14.1.32–42, 14.3.3–10, 14.6.1–2, 14.7.3–4, 15.1.5–10, 16.1.11–18, 16.2.17–18, và 16.3.1–2).

Một dạng bài tập khác sử dụng sự mô tả bằng lời để kiểm tra việc hiểu khái niệm (xem các Bài tập 1.8.10, 2.2.56, 3.3.51–52, và 7.8.67). Tôi đặc biệt coi trọng các bài tập có sự kết hợp và so sánh các phương pháp đồ thị, số học, và đại số (xem Các bài tập 3.4.31–32, 2.7.25, và 9.4.2).

CÁC NHÓM BÀI TẬP PHÂN LOẠI

Mỗi nhóm bài tập được phân loại cẩn thận, được cải tiến từ các bài tập khái niệm cơ bản và các bài tập phát triển kỹ năng thành những bài tập mang tính thử thách cao hơn, liên quan đến các ứng dụng và chứng minh.

DỮ LIỆU THỰC TẾ

Tôi cùng với các trợ lý đã dành rất nhiều thời gian tìm kiếm trong các thư viện, liên lạc với các công ty và cơ quan chính phủ, và tìm kiếm trên mạng những dữ liệu thực tế thú vị để giới thiệu, đổi mới, và minh họa các khái niệm về giải tích. Kết quả là, có nhiều ví dụ và bài tập có liên quan đến các hàm số được xác định bởi các dữ liệu số hoặc đồ thị từ các thông tin nói trên. Lấy ví dụ, Hình 1 ở Mục 1.1 (các biểu đồ địa chấn từ trận động

đất Northridge), Bài tập 2.2.34 (phần trăm dân số dưới 18 tuổi), Bài tập 4.1.16 (vận tốc của tàu không gian *Endeavour*), và Hình 4 ở Mục 4.4 (sự tiêu thụ năng lượng ở San Francisco). Hàm số theo hai biến được minh họa bằng một bảng giá trị các chỉ số gió-độ rét dưới dạng một hàm nhiệt độ không khí và vận tốc của gió (Ví dụ 2 trong Mục 14.1). Đạo hàm riêng được giới thiệu ở Mục 14.3 bằng cách xem một cột trong bảng các giá trị về chỉ số cảm nhiệt (được hiểu là nhiệt độ không khí) dưới dạng một hàm nhiệt độ thực tế và độ ẩm tương đối. Ví dụ này được tiếp tục sử dụng về sau khi liên hệ đến các xấp xỉ tuyến tính (Ví dụ 3 trong Mục 14.4). Đạo hàm theo hướng được giới thiệu trong Mục 14.6 bằng cách sử dụng một bản đồ đường mức nhiệt độ để ước tính tốc độ biến thiên của nhiệt độ tại Reno theo hướng của Las Vegas. Tích phân hai lớp được sử dụng để ước tính lượng tuyết rơi trung bình ở Colorado vào ngày 20–21/12, 2006 (Ví dụ 4 trong Mục 15.1). Trường vector được giới thiệu trong Mục 16.1 thông qua sự mô tả các trường vector vận tốc thực tế chỉ các hướng gió ở Vịnh San Francisco.

DỰ ÁN

Có một cách để thu hút sinh viên và khiến họ trở thành những người học năng động, đó là để họ thực hiện (có lẽ theo nhóm) các dự án mở rộng, nhờ đó đem lại cho họ một cảm giác hoàn thành nhiệm vụ khi kết thúc dự án. Tôi đưa vào sách bốn loại dự án: *Dự án ứng dụng* bao gồm các ứng dụng được thiết kế để thu hút trí tưởng tượng của sinh viên. Dự án sau Mục 9.3 hỏi rằng liệu một quả bóng được ném lên không trung sẽ mất nhiều thời gian hơn để đạt được độ cao tối đa hay rơi ngược trở lại độ cao ban đầu của nó. (Câu trả lời có thể khiến bạn ngạc nhiên.) Dự án sau Mục 14.8 sử dụng các nhân tử Lagrange để xác định khối lượng của ba giai đoạn của một tên lửa nhằm tối thiểu hóa tổng khối lượng trong khi cho phép tên lửa đạt đến một vận tốc mong muốn. *Dự án thử nghiệm* liên quan đến công nghệ; dự án tiếp theo Mục 10.2 cho thấy cách sử dụng các đường cong Bézier để thiết kế hình dạng biểu diễn các chữ cái cho một máy in laser. *Dự án viết* yêu cầu sinh viên so sánh các phương pháp trong thời đại ngày nay với các phương pháp của những người đặt nền móng cho giải tích—chẳng hạn, phương pháp Fermat dùng để tìm tiếp tuyến. Các gợi ý tham khảo cũng được cung cấp. *Dự án khám phá* dự đoán các kết quả sẽ được thảo luận về sau hoặc khuyến khích các phát hiện thông qua việc nhận dạng mẫu (xem dự án tiếp theo Mục 7.6). Các dự án khác khám phá các lĩnh vực hình học: tứ diện (sau Mục 12.4), siêu cầu (sau Mục 15.7), và giao điểm của ba hình trụ (sau Mục 15.8). Các dự án bổ sung có thể được tìm thấy trong phần *Hướng dẫn giáo viên* (lấy ví dụ, xem Bài tập nhóm 4.1: Vị trí từ các mẫu).

GIẢI BÀI TẬP

Sinh viên thường gặp khó khăn với những bài toán không có một quy trình xác định cụ thể để tìm được đáp án. Tôi nghĩ rằng không ai có thể cải tiến nhiều hơn nữa chiến lược giải toán bao gồm 4 bước của George Polya, và vì vậy, tôi đính kèm bản các nguyên tắc giải toán của ông sau Chương 1. Chúng được ứng dụng, một cách tường minh và hàm ân, xuyên suốt cuốn sách. Cuối các chương khác, tôi đặt ra các phần gọi là *Bài tập bổ sung*, với các ví dụ đặc trưng về cách giải quyết các bài toán giải tích mang tính thử thách. Khi chọn lựa các bài tập khác nhau cho những phần này, tôi ghi nhớ lời khuyên sau đây từ David Hilbert: “Một bài toán cần đủ khó để lôi kéo chúng ta, nhưng đừng quá khó tiếp cận để làm hạ thấp đi những nỗ lực của chúng ta.” Khi tôi đưa các bài toán đầy thử thách này vào phần bài tập và kiểm tra, tôi phân loại chúng theo một cách khác. Ở đây, tôi ghi nhận một cách đáng kể cho sinh viên có các ý tưởng về một cách giải và nhận diện được các nguyên tắc giải toán nào có liên quan đến bài tập.

PHỐI HỢP CÁCH GIẢI CÁC HÀM MŨ VÀ HÀM LOGARIT

Có hai cách khả thi để xử lý với các hàm mũ và logarit, và mỗi phương pháp đều có người ủng hộ nhiệt tình. Vì ta thường thấy những người ủng hộ cả hai phương pháp này đều dạy cùng một khóa học, nên tôi đưa ra cách phối hợp đầy đủ cho hai phương pháp trên. Ở các Mục 6.2, 6.3, và 6.4, hàm mũ được xác định trước, sau đó là hàm logarit, là hàm ngược của nó. (Sinh viên từng thấy các hàm số này được giới thiệu theo cách này từ khi học trung học.) Một phương pháp khác, như trình bày ở các Mục 6.2*, 6.3*, và 6.4*, hàm loga được xác định là một tích phân và hàm mũ là hàm ngược của nó. Dĩ nhiên, phương pháp sau ít cảm tính nhưng súc tích hơn. Bạn có thể sử dụng phương pháp nào mà bạn thích.

Nếu chọn phương pháp đầu, thì ta có thể đề cập đến Chương 6 nhiều hơn trước các Chương 4 và 5 nếu ta muốn. Để quen với sự lựa chọn về cách trình bày này, có các bài toán đặc biệt liên quan đến các hàm mũ và logarit ở cuối các phần của Chương 4 và 5. Trật tự trình bày này cho phép một khóa học với tốc độ nhanh hơn để dạy các hàm siêu việt và tích phân xác định trong học kỳ đầu tiên của khóa học.

Đối với giáo viên hướng dẫn, những người muốn đi xa hơn nữa theo hướng này, tôi đã chuẩn bị sẵn một phiên bản khác của cuốn sách này, được gọi là *Calculus, Early Transcendentals*, Phiên bản thứ 7, trong đó các hàm mũ và logarit được giới thiệu trong chương đầu tiên. Giới hạn và đạo hàm của chúng được tìm thấy ở các chương thứ hai và ba cùng với các hàm đa thức và các hàm sơ cấp khác.

CÁC CÔNG CỤ LÀM PHONG PHỦ GIẢI TÍCH

TEC là một người bạn đồng hành với cuốn sách và được định hướng để làm phong phú và hoàn thiện nội dung của nó. (Hiện tại có thể truy cập ở Enhanced WebAssign, CourseMate, và PowerLecture. Các Visuals và Modules được lựa chọn có sẵn tại website www.stewartcalculus.com.) Được phát triển bởi Harvey Keynes, Dan Clegg, Hubert Hohn, và chính tôi, TEC sử dụng một phương pháp thăm dò và khám phá. Ở các phần trong cuốn sách nơi cần đến kỹ thuật cụ thể thích hợp, các biểu tượng bên lề sách hướng dẫn sinh viên đến các modules TEC, cung cấp một môi trường thử nghiệm mà họ có thể khám phá để tải nghiên cứu theo nhiều cách khác nhau với nhiều mức độ khác nhau.

Visuals là hoạt ảnh của các hình minh họa trong văn bản; Modules là các hoạt động phức tạp hơn và bao gồm cả các bài tập. Giáo viên hướng dẫn có thể chọn thực hành tại một số mức độ khác nhau, sắp xếp mức độ từ đơn giản để khuyến khích sinh viên sử dụng các Visuals và Modules cho các khám phá độc lập, cho đến việc giao các bài tập cụ thể kèm theo mỗi Module, hoặc tạo ra các bài tập bổ sung, các thí nghiệm, dự án có sử dụng Visuals và Modules.

GỢI Ý GIẢI BÀI TẬP

Gợi ý giải bài tập được trình bày dưới dạng các câu hỏi, là một công cụ hỗ trợ đắc lực, có vai trò tương tự như một trợ giảng hay một gia sư. Gợi ý cho các bài tập điển hình (thường là bài tập số lẻ) được đính kèm ở mỗi phần của cuốn sách, với chỉ số bài tập được in màu đỏ. Chúng được thiết kế để không tiết lộ nhiều về cách giải hơn mức tối thiểu nhằm để sinh viên cần phải phát triển tiếp các bước khác, và các lời giải đó có sẵn cho sinh viên tại website stewartcalculus.com, trong CourseMate và Enhanced WebAssign.

WEBSITE BÀI TẬP TRỰC TUYÊN NĂNG CAO

Công nghệ được dùng để phân bổ bài tập về nhà cho sinh viên, đặc biệt là trong các lớp học lớn. Việc sử dụng bài tập trực tuyến ngày càng tăng dần và sự hấp dẫn của nó nó tùy thuộc vào mức độ dễ dàng khi sử dụng, độ chính xác của phân loại, và độ tin cậy. Với phiên bản thứ 7 này, chúng tôi đã làm việc với cộng đồng chuyên gia về giải tích và WebAssign để phát triển một hệ thống bài tập về nhà trực tuyến mạnh hơn. Đến 70% các bài tập trong mỗi phần đều được dùng như bài tập về nhà trực tuyến, bao gồm đáp án miễn phí, bài tập trắc nghiệm, và các định dạng đa thành phần.

Hệ thống cũng bao gồm Active Examples, trong đó sinh viên được hướng dẫn từng bước thông qua các ví dụ, với các đường dẫn đến sách giáo khoa và cách giải qua video. Những cải tiến mới cho hệ thống bao gồm một eBook tùy biến, một đặc tính *Show Your Work*, phần ôn tập *Just in Time* kiểm tra lại các điều kiện tiên quyết trước khi học giải tích, một Assignment Editor cải tiến, và một Answer Evaluator chấp nhận các đáp án tương đương về mặt toán học nhiều hơn và cho phép phân loại các bài tập về nhà theo cùng cách mà giáo viên hướng dẫn phân loại.

Địa chỉ này bao gồm các mục sau.

- Gợi ý giải bài tập
- Ôn tập Đại số
- Những sai lầm mà Máy tính và Máy vi tính nói với tôi
- Lịch sử Toán học, với các đường dẫn đến các trang web về lịch sử tốt hơn
- Các đề tài bổ sung (hoàn thành với nhóm bài tập): Chuỗi Fourier, Các công thức cho Phần dư trong Chuỗi Taylor, Trục quay
- Các bài tập lưu trữ (Các bài tập xuất hiện trong các phiên bản trước, có kèm cách giải)

www.stewartcalculus.com

- Các bài tập thử thách (một số lấy từ các phần Bài tập bổ sung từ các phiên bản trước)
- Các đường dẫn - cho các chủ đề cụ thể - đến các nguồn website bên ngoài
- Các công cụ lựa chọn để làm phong phú giải tích (TEC) Modules và Visuals

Nội Dung

Các Tiêu Chuẩn Đặc Trưng

Tổng Quan về Giải tích

1 Hàm Số và Giới Hạn

2 Đạo Hàm

3 Ứng Dụng Của Đạo Hàm

4 Tích Phân

5 Ứng Dụng Của Tích Phân

6 Các Hàm Số Ngược: Hàm Mũ, Hàm Lô-ga-rit, và Hàm Lượng Giác

7 Kỹ Thuật Tính Tích Phân

8 Các Ứng Dụng Khác Của Tích Phân

Cuốn sách bắt đầu với bốn bài kiểm tra thử trong Đại số sơ cấp, Hình học giải tích, Hàm số, và Lượng giác.

Đây là phần tổng quan về đối tượng nghiên cứu, bao gồm một danh sách các câu hỏi nhằm khích lệ việc học giải tích.

Ngay từ đầu, việc biểu diễn hàm số theo nhiều phương pháp đã được nhấn mạnh: bằng lời nói, bằng số, đồ thị, và đại số. Phần thảo luận về các mô hình toán học dẫn đến một phần ôn tập các hàm số tiêu chuẩn dựa trên bốn phương pháp biểu diễn trên. Nội dung về giới hạn được bắt đầu bằng việc nêu ra các động cơ thúc đẩy từ các bài toán tiếp tuyến và vận tốc. Giới hạn được nghiên cứu từ các phương pháp biểu diễn hàm số bằng mô tả, đồ thị, số học và đại số. Mục 1.7 - phần nói về định nghĩa chính xác của giới hạn theo ngôn ngữ epsilon-delta - là một phần tùy chọn.

Nội dung về đạo hàm được trình bày trong hai phần nhằm cho sinh viên thời gian làm quen với ý tưởng đạo hàm là một hàm số. Các ví dụ và bài tập giúp khám phá ý nghĩa của đạo hàm trong các bối cảnh khác nhau. Các đạo hàm cấp cao được giới thiệu trong Mục 2.2.

Các thông tin cơ bản liên quan đến cực trị và hình dạng của các đường cong được suy ra từ Định lý Giá trị Trung bình. Việc vẽ đồ thị bằng công nghệ máy tính nhấn mạnh sự tương tác giữa giải tích và các máy tính và sự phân tích các họ đường cong. Một số bài toán tối ưu hóa quan trọng được đưa ra, bao gồm cả phần giải thích tại sao bạn cần nâng đầu mình một góc là 42° để thấy được đỉnh của một cầu vồng.

Bài toán về diện tích và khoảng cách giới thiệu động cơ của việc ra đời khái niệm tích phân xác định, với ký hiệu sigma được giới thiệu khi cần thiết. (Bài viết đầy đủ về ký hiệu sigma được cung cấp ở Phụ lục E). Việc giải thích ý nghĩa của tích phân trong nhiều bối cảnh khác nhau và việc ước lượng các giá trị của chúng từ đồ thị và bảng biểu được nhấn mạnh.

Ở đây tôi trình bày các ứng dụng của tích phân—diện tích, thể tích, công, giá trị trung bình—có thể được tính toán một cách hợp lý mà không cần đến các kỹ thuật lấy tích phân đặc biệt nào cả. Các phương pháp tổng quát được nhấn mạnh. Mục đích là tạo cho sinh viên khả năng phân chia một đại lượng thành nhiều phần nhỏ, ước tính với các tổng Riemann, và thừa nhận giới hạn như là một tích phân.

Như đã thảo luận đầy đủ hơn ở trang xiv, chỉ một trong hai phương pháp giải các hàm số này là cần đề cập đến. Tăng trưởng và phân rã theo hàm mũ được trình bày trong chương này.

Tất cả các phương pháp cơ bản đều được trình bày; tuy nhiên, thử thách thực sự của chúng ta là khả năng nhận biết được phương pháp nào sẽ sử dụng tốt nhất trong một tình huống cụ thể. Theo đó, ở Mục 7.5, tôi trình bày một chiến lược lấy tích phân. Cách sử dụng hệ thống đại số máy tính được thảo luận ở Mục 7.6.

Chương này nói đến các ứng dụng của tích phân—độ dài cung và diện tích bề mặt—qua đó, rất hữu ích khi ta có sẵn tất cả các kỹ thuật lấy tích phân, cũng như các ứng dụng cho lĩnh vực sinh học, kinh tế, và vật lý (lực thủy tĩnh và tâm khối). Tôi cũng dành một phần để nói về xác suất. So với một khóa học nào đó, ở phần này thực sự cung cấp nhiều ứng dụng hơn. Giáo viên hướng dẫn nên lựa chọn các ứng dụng phù hợp cho sinh viên và những ứng dụng mà họ cảm thấy thích thú.

9 Phương Trình Vi Phân

Mô hình hóa là cách mở đầu cho việc giới thiệu về các phương trình vi phân. Trường hướng và phương pháp Euler được nghiên cứu trước khi giải các phương trình tách biến và tuyến tính một cách tường minh, vì vậy, các phương pháp định tính, số học và phân tích đều được cân nhắc như nhau. Các phương pháp này áp dụng cho các mô hình hàm mũ, logic, và các mô hình khác về tăng trưởng dân số. Bốn hay năm phần đầu tiên của chương này là một lời giới thiệu cho các phương trình vi phân bậc nhất. Phần tùy chọn cuối cùng sử dụng các mô hình thú săn-con mồi để minh họa các hệ phương trình vi phân.

10 Phương Trình Tham Số và Hệ Tọa Độ Cực

Chương này giới thiệu các đường cong tham số và đường cong cực, và áp dụng các phương pháp của giải tích cho chúng. Đường cong tham số khá phù hợp cho các dự án thử nghiệm; ba dự án được giới thiệu ở đây liên quan đến họ các đường cong và các đường cong Bézier. Phần thảo luận ngắn về tiết diện conic trong hệ tọa độ cực mở đường cho các Định luật Kepler ở Chương 13.

11 Dây Vô Hạn và Chuỗi

Các tiêu chuẩn hội tụ có các chứng minh bằng lập luận cảm tính (xem trang 738) cũng như các chứng minh chính thức. Các ước tính bằng số của tổng các chuỗi được căn cứ vào việc sử dụng tiêu chuẩn nào để chứng minh tính hội tụ. Phần trọng tâm là chuỗi Taylor và các đa thức, cùng các ứng dụng của chúng vào vật lý. Ước lượng sai số bao gồm các ước lượng từ thiết bị vẽ đồ thị.

12 Vector và Hình Học Không Gian

Nội dung về hình học giải tích trong không gian ba chiều và vector được chia thành hai chương. Chương 12 trình bày về vector, tích chấm và tích chéo, các đường thẳng, mặt phẳng, và bề mặt.

13 Hàm Vector

Chương này bao gồm các hàm nhận giá trị vector, đạo hàm và tích phân của chúng, độ dài và độ cong của đường cong gồ ghề, vận tốc và gia tốc dọc các đường cong gồ ghề, đỉnh điểm là các định luật Kepler.

14 Đạo Hàm Riêng

Các hàm số gồm hai hay nhiều biến được nghiên cứu theo các phương pháp biểu diễn bằng lời, số học, đồ thị và đại số. Đặc biệt, tôi giới thiệu các đạo hàm riêng bằng cách xem một cột nhất định trong một bảng các giá trị về chỉ số cảm nhiệt (được hiểu là nhiệt độ không khí) dưới dạng một hàm số về nhiệt độ thực tế và độ ẩm tương đối.

15 Tích Phân Bội

Các biểu đồ đường mức và Quy tắc Trung điểm được sử dụng để ước tính lượng tuyết rơi trung bình và nhiệt độ trung bình ở các vùng miền cho trước. Tích phân hai lớp và ba lớp được sử dụng để tính xác suất, diện tích mặt, và (trong các dự án) thể tích của siêu cầu và thể tích các phần giao của ba hình trụ. Hệ tọa độ trụ và hệ tọa độ cầu được giới thiệu trong ngữ cảnh tính các tích toán phân ba lớp.

16 Giải Tích Vector

Trường vector được giới thiệu thông qua các hình ảnh về trường vận tốc chỉ các kiểu gió ở Vịnh San Francisco. Những tương đồng giữa Định lý cơ bản cho các tích phân theo đường, Định lý Green, Định lý Stokes, và Định lý Phân kỳ được nhấn mạnh.

17 Phương Trình Vi Phân Bậc Hai

Vì các phương trình vi phân bậc nhất được trình bày trong Chương 9, nên chương cuối cùng này thảo luận về các phương trình vi phân tuyến tính bậc hai, ứng dụng của chúng đối với các lò xo rung, mạch điện, và các nghiệm chuỗi.

Các Phần Hỗ Trợ

Giáo trình *Giải tích*, Phiên bản thứ 7, được hoàn thiện bởi một tập hợp đầy đủ các phần hỗ trợ, phát triển theo sự chỉ dẫn của tôi. Mỗi phần được thiết kế để nâng cao sự hiểu biết của sinh viên và tạo điều kiện cho giáo viên có thể giảng dạy một cách sáng tạo. Với phiên bản này, các phương tiện truyền thông và kỹ thuật mới đã được phát triển nhằm giúp sinh viên hình dung về giải tích và giúp giáo viên tùy chỉnh nội dung giảng dạy để phù hợp hơn với phương pháp dạy của mỗi người cho các khóa học. Các bảng ở trang xxi–xxii mô tả từng phần hỗ trợ này.